

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о подписи:
ФИО: Выборнова Любовь Алексеевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 01.10.2024
Уникальный программный ключ:
c3b3b9c625f6c113afa2a2c42baff9e05a38b76e

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Поволжский государственный университет сервиса» (ФГБОУ ВО «ПВГУС»)

Колледж креативных индустрий и предпринимательства

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ОП.01 «ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

Специальность **09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы»**

Тольятти 2024

Рабочая программа дисциплины «Элементы высшей математики» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы», утвержденным приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 25 мая 2022 года № 362.

Разработчик РПД:

преподаватель

(ученая степень, ученое звание)

И. У. Каримов

(ФИО)

Рассмотрена на заседании предметно-цикловой комиссии по образовательной программе 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы

Протокол от «22» ноября 2024 г., № 3

Председатель ПЦК

И.У. Каримов, преподаватель

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код компетенции	Наименование компетенции
ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам
ОК 02	Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

1.2. Планируемые результаты освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

уметь:

- Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.
- Определять предел последовательности, предел функции.
- Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.
- Использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач.

знать:

- Основы математического анализа,
- Основы линейной алгебры и аналитической геометрии.
- Основы дифференциального и интегрального исчисления.
- Основы теории комплексных чисел.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к общепрофессиональному циклу основной профессиональной образовательной программы.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объём учебной дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **108 часа**. Их распределение по видам работ представлено в таблице:

Виды учебных занятий и работы обучающихся	Трудоёмкость, час
Общая трудоёмкость дисциплины	108
Объём работы обучающихся во взаимодействии с преподавателем по видам учебных занятий (всего), в т.ч.:	73
лекции	34
лабораторные работы	–
практические занятия	38
курсовое проектирование (консультации)	–
Самостоятельная работа	18
Контроль (часы на экзамен)	17
Консультация перед экзаменом	1
Промежуточная аттестация	экзамен

2.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам, для студентов ОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
		Работа во взаимодействии с преподавателем			Самостоятельная работа, час	
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час		
1 семестр						
ОК 01, ОК 02,	Тема 1. Теория пределов Содержание темы: 1..Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов 2. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей 3. Односторонние пределы, классификация точек разрыва	6				Оформление конспекта лекций .
	Практическое занятие № 1,2. Вычисление пределов функций и последовательностей Практическое занятие № 3Непрерывность функции			6		Индивидуальные задания.
	Самостоятельная работа: Самостоятельная работа обучающихся, в т.ч.: изучение теоретического материала по конспектам аудиторных занятий и методических пособий. Выполнение индивидуальных домашних заданий.				3	Индивидуальных домашних заданий.
ОК 01, ОК 02,	Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной Содержание темы: 1. Определение производной. Таблица производных. Основные правила вычисления производной 2. Производные и дифференциалы высших порядков 3. Полное исследование функции. Построение графиков	6				Оформление конспекта лекций
	Практическое занятие № 4. Вычисление производной. Производные и дифференциалы высших порядков Практическое занятие № 5.Касательная к графику функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Практическое занятие № 6. Полное исследование функции			6		Индивидуальные задания
	Самостоятельная работа: Самостоятельная работа обучающихся, в т.ч.: изучение теоретического материала по конспектам аудиторных занятий и методических пособий. Выполнение индивидуальных домашних заданий.				3	Индивидуальных домашних заданий
ОК 01, ОК 02,	Тема 3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной Содержание темы: 1. Неопределенный и определенный интеграл и его свойства 2. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования	6				Оформление конспекта лекций

Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
		Работа во взаимодействии с преподавателем			Самостоятельная работа, час	
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час		
	3.Вычисление площадей при помощи определенного интеграла					
	Практическое занятие № 7,8. Вычисление неопределенных и определенных интегралов Практическое занятие № 9.Вычисление площадей. Несобственные интегралы.			6		Индивидуальные задания
	Самостоятельная работа: Самостоятельная работа обучающихся, в т.ч.: изучение теоретического материала по конспектам аудиторных занятий и методических пособий. Выполнение индивидуальных домашних заданий.				3	Индивидуальных домашних заданий
ОК 01, ОК 02,	Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных Содержание темы: 1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных 2. Частные производные различных порядков 3. Экстремум функции двух переменных.	4				Оформление конспекта лекций
	Практическое занятие № 10,11. Вычисление частных производных. Экстремум функции двух переменных			4		Индивидуальные задания
	Самостоятельная работа: Самостоятельная работа обучающихся, в т.ч.: изучение теоретического материала по конспектам аудиторных занятий и методических пособий. Выполнение индивидуальных домашних заданий..				3	Индивидуальных домашних заданий
ОК 01, ОК 02,	Тема 5. Элементы линейной алгебры Содержание темы: 1.Матрицы и действия над ними. 2.Определители матриц. 3.Обратная матрица. Матричные уравнения. 4. Системы линейных уравнений. Метод Крамера и метод Гаусса.	6				Оформление конспекта лекций
	Практическое занятие № 12. Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Умножение матриц. Практическое занятие № 13. Определители матриц. Нахождение обратной матрицы. Практическое занятие № 14,15. Решение систем линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса.			8		Индивидуальные задания
	Самостоятельная работа: Самостоятельная работа обучающихся, в т.ч.: изучение теоретического материала по конспектам аудиторных занятий и методических пособий. Выполнение индивидуальных домашних заданий.				3	Индивидуальных домашних заданий
	Тема 6. Вектора. Элементы аналитической геометрии	6				Оформление конспекта лекций

Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
		Работа во взаимодействии с преподавателем			Самостоятельная работа, час	
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час		
	Содержание темы: 1. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства 2. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов 3. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов 4. Прямая на плоскости. 5. Прямая и плоскость в пространстве. 6. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы .					
	Практическое занятие № 16. Линейные операции над векторами. Длина вектора. Деление отрезка в заданном отношении. Практическое занятие № 17,18 Прямая и плоскость. Практическое занятие № 19.Кривые второго порядка.			8		Индивидуальные задания
	Самостоятельная работа: Самостоятельная работа обучающихся, в т.ч.: изучение теоретического материала по конспектам аудиторных занятий и методических пособий. Выполнение индивидуальных домашних заданий.				3	Индивидуальных домашних заданий
	ИТОГО за 1 семестр	34	–	38	18	

2.3. Формы и критерии текущего контроля успеваемости (технологическая карта для студентов очной формы обучения)

Формы текущего контроля	Количество контрольных точек	Количество баллов за 1 контр. точку	Макс. возм. кол-во баллов
Оформление конспекта лекций	6	2	12
Индивидуальные задания на практических занятиях	19	3	57
Домашние индивидуальные задания	6	4	24
Творческий рейтинг (заочное участие в конференциях, научные статьи и т.п.)	1	7	7
		Итого по дисциплине	100 баллов

2.4. Шкала оценки результатов освоения дисциплины, сформированности результатов обучения

Форма проведения промежуточной аттестации	Условия допуска	Шкалы оценки уровня сформированности результатов обучения		Шкала оценки уровня освоения дисциплины		
		Уровневая шкала оценки компетенций	100 бальная шкала, %	100 бальная шкала, %	5-бальная шкала, дифференцированная оценка/балл	недифференцированная оценка
Экзамен (по накопительному рейтингу или компьютерное тестирование)	допускаются все студенты	допороговый	ниже 61	ниже 61	«неудовлетворительно» / 2	не зачтено
		пороговый	61-85,9	61-69,9	«удовлетворительно» / 3	зачтено
				70-85,9	«хорошо» / 4	зачтено
		повышенный	86-100	86-100	«отлично» / 5	зачтено

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Общие методические рекомендации по освоению дисциплины, образовательные технологии

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа может быть аудиторной, внеаудиторной, а также проводиться в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС). В случае проведения части контактной работы по дисциплине в ЭИОС (в соответствии с расписанием учебных занятий), трудоемкость контактной работа в ЭИОС эквивалентна аудиторной работе.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплины в форме курса, составленного на основе результатов научных исследований, проводимых университетом, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- *балльно-рейтинговая технология оценивания;*
- *электронное обучение.*

Для оценки знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенции по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости студентов. В основу балльно-рейтинговой системы положены принципы, в соответствии с которыми формирование рейтинга студента осуществляется в ходе текущего контроля успеваемости. Максимальное количество баллов в семестре – 100.

По итогам текущей успеваемости студенту может быть выставлена оценка по промежуточной аттестации в соответствии за набранными за семестр баллами. Студентам, набравшим в ходе текущего контроля успеваемости по дисциплине от 61 до 100 баллов и выполнившим все обязательные виды запланированных учебных занятий, по решению преподавателя без прохождения промежуточной аттестации выставляется оценка в соответствии со шкалой оценки результатов освоения дисциплины.

Результат обучения считается сформированным (повышенный уровень), если теоретическое содержание курса освоено полностью; при устных собеседованиях студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний, использует в ответе дополнительный материал; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий, качество их выполнения оценено числом баллов от 86 до 100, что соответствует повышенному уровню сформированности результатов обучения.

Результат обучения считается сформированным (пороговый уровень), если теоретическое содержание курса освоено полностью; при устных собеседованиях студент последовательно, четко и логически стройно излагает учебный материал; справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий, качество их выполнения оценено числом баллов от 61 до 85,9, что соответствует пороговому уровню сформированности результатов обучения.

Результат обучения считается несформированным, если студент при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже 61, что соответствует допороговому уровню.

3.2. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающегося к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающегося на занятиях и в качестве выполненных практических заданий и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в Разделе 4.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины студенты могут использовать в специализированных аудиториях для самостоятельной работы компьютеры, обеспечивающему доступ к программному обеспечению, необходимому для изучения дисциплины, а также доступ через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) и электронной библиотечной системе (ЭБС), где в электронном виде располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые могут быть использованы для самостоятельной работы при изучении дисциплины.

Для обучающихся по заочной форме обучения самостоятельная работа является основным видом учебной деятельности.

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Списки основной литературы

1. Шершневу, В. Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии : учеб. пособие для высш. учеб. заведений по направлениям подгот. УГС 38.00.00 "Экономика и упр." (квалификация (степень) "бакалавр") / В. Г. Шершневу. - Документ read. - Москва : ИНФРА-М, 2022. - 168 с. - (Высшее образование. Бакалавриат). - URL: <https://znanium.com/read?id=399938> (дата обращения: 20.12.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-101126-3. - Текст : электронный.
2. Дадаян, А. А. Математика : учеб. для сред. проф. образования / А. А. Дадаян. - 3-е изд., испр. и доп. - Документ read. - Москва : ИНФРА-М, 2024. - 544 с. : ил. - (Среднее профессиональное образование). - Прил. - URL: <https://znanium.ru/read?id=441272> (дата обращения: 18.11.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-102338-9. - Текст : электронный..
3. Шипачев, В. С. Математический анализ. Теория и практика : учеб. пособие для вузов по направлению "Приклад. математика" / В. С. Шипачев. - 3-е изд. - Документ read. - Москва : ИНФРА-М, 2023. - 350 с. : ил. - (Высшее образование). - URL: <https://znanium.ru/read?id=432184> (дата обращения: 11.03.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-010073-9. - 978-5-16-101798-2. - Текст : электронный.
4. Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики : в 2-х т. : учеб. для студентов сред. проф. образования по специальностям 2.09.02.01 "Компьютер. системы и комплексы", 2.09.02.02 "Компьютер. сети", 2.09.02.03 "Программирование в компьютер. системах", 2.09.02.04 "Информ. системы (по отраслям)", 2.09.02.05 "Приклад. информатика (по отраслям)". Т. 1 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. - Документ read. - Москва : Курс [и др.], 2024. - 304 с. - (Среднее профессиональное образование). - URL: <https://znanium.ru/read?id=443968> (дата обращения: 25.03.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-906923-05-9. - 978-5-16-105427-7. - Текст : электронный.

Списки дополнительной литературы

5. Шипачев, В. С. Высшая математика : учеб. для вузов / В. С. Шипачев. - Документ read. - Москва : ИНФРА-М, 2024. - 479 с. : ил. - (Высшее образование). - Предм. указ. - Указ. основ. обозначений. - Основ. формулы. - URL: <https://znanium.ru/read?id=432301> (дата обращения: 11.03.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-010072-2. - 978-5-16-101787-6. - Текст : электронный.
6. Шершневу, В. Г. Математический анализ. Сборник задач с решениями : учеб. пособие для студентов вузов по направлению подгот. 38.03.01 "Экономика" (квалификация (степень) "бакалавр") / В. Г. Шершневу. - Документ read. - Москва : ИНФРА-М, 2022. - 164 с. : ил. - (Высшее образование - Бакалавриат). - URL: <https://znanium.com/read?id=388965> (дата обращения: 21.12.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-005487-2. - 978-5-16-102771-4. - Текст : электронный.
7. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум : учеб. пособие для вузов по направлениям подгот. естеств. наук, техники, информатики и экономики (квалификация (степень) "бакалавр") / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - Документ Bookread2. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 432 с. - (Высшее образование - Бакалавриат). - Предм. указ. - URL: <https://znanium.com/read?id=337729> (дата обращения:

23.11.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-011973-1. - 978-5-16-104612-8. - Текст : электронный.

8. Математика в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов по техн. специальностям / О. М. Дегтярева, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.]. - Документ read. - Москва : ИНФРА-М, 2021. - 372 с. - (Высшее образование - Бакалавриат). - Прил. - URL: <https://znanium.com/read?id=377513> (дата обращения: 13.04.2023). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-011256-5. - 978-5-16-102288-7. - Текст : электронный.

9. Шевченко, А. С. Линейное программирование : учеб. пособие для сред. проф. образования по специальности 09.02.07 «Информ. системы и программирование» / А. С. Шевченко. - Документ read. - Москва : ИНФРА-М, 2024. - 253 с. - (Среднее профессиональное образование). - URL: <https://znanium.ru/read?id=438669> (дата обращения: 17.01.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-16-110959-5. - Текст : электронный.

4.2. Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы, интернет-ресурсы

1. Allmath.ru [Электронный ресурс] : вся математика в одном месте. – Режим доступа: <http://www.allmath.ru/>. - Загл. с экрана.
2. Exponenta.ru [Электронный ресурс] : образоват. мат. сайт. – Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/>. – Загл. с экрана.
3. Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общерос. мат. портал. – Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/>. – Загл. с экрана.
4. Готовые задачи и решения онлайн [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://univer2.ru/uchebniki_po_matematike.htm. - Загл. с экрана.
5. Решение высшей математики онлайн [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://mathserfer.com/>. - Загл. с экрана.
6. Электронная библиотечная система Поволжского государственного университета сервиса [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://elib.tolgas.ru/>. - Загл. с экрана.
7. Электронно-библиотечная система Znanium.com [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/>. – Загл. с экрана.
8. Электронно-библиотечная система Лань [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/books>. - Загл. с экрана.

4.3. Программное обеспечение

Информационное обеспечение учебного процесса по дисциплине осуществляется с использованием следующего программного обеспечения (лицензионного и свободно распространяемого), в том числе отечественного производства:

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1	Microsoft Windows	из внутренней сети университета (лицензионный договор)
2	Microsoft Office	из внутренней сети университета (лицензионный договор)
3	КонсультантПлюс	из внутренней сети университета (лицензионный договор)
4	СДО MOODLE	из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет (лицензионный договор)

5. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения занятий всех видов, предусмотренных образовательной программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, мастерские и лаборатории, оснащенные оборудованием, техническими средствами обучения и материалами, учитывающими требования международных стандартов.

Занятия лекционного типа. Учебные аудитории для занятий лекционного типа укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации (стационарные или переносные наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук), учебно-наглядные пособия (презентации по темам лекций), обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие данной программе дисциплины.

Занятия семинарского типа (*при наличии в учебном плане*). Учебные аудитории для занятий семинарского типа укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации (стационарные или переносные наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Промежуточная аттестация. Для проведения промежуточной аттестации по дисциплине используются компьютерные классы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета и/или учебные аудитории, укомплектованные мебелью и техническими средствами обучения.

Самостоятельная работа. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде университета. Для организации самостоятельной работы обучающихся используются:

компьютерные классы университета;

библиотека (медиазал), имеющая места для обучающихся, оснащенные компьютерами с доступом к базам данных и сети Интернет.

Электронная информационно-образовательная среда университета (ЭИОС). Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) <http://sdo.tolgash.ru/> из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", как на территории университета, так и вне ее.

6. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для дистанционного обучения. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

- для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

- для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости

Примерные индивидуальные домашние задания:

Индивидуальные домашние задание к теме 1:

Вычислите пределы:

$$\begin{array}{lll}
 1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x + x^3 - 3}; & 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^3 + 2x + 1} & 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 2x + 1}{3x^2 + 4x + 2} \\
 4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3} & 5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2} & 6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^6 + 2x - 3}}{x^3 + 6} \\
 7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{7}}{x} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(5x)} & 9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{5x}
 \end{array}$$

Индивидуальные домашние задание к теме 2:

1. Вычислите производную функции $y = 4x^3 \cdot \cos x$.
2. Найдите значение производной функции $y = \frac{4\sin x}{x}$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
4. Найдите значение производной функции $y = \sqrt{7x+4}$, в точке $x_0 = 3$.
4. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2tg \frac{x}{3}$ в точке $x_0 = 0$.
5. Найдите интервалы монотонности и экстремумы функции $y = \frac{e^{2x}}{x+1}$.

Индивидуальные домашние задание к разделу 3:

1. Найдите неопределённые интегралы: а) $\int \frac{3}{8\sin^2 x} dx$; б) $\int \frac{5x dx}{3x^2 + 7}$ в) $\int \frac{dx}{9x^2 + 25}$; г) $\int (x^2 - 3x) \sin x dx$.
2. Вычислите определённые интегралы: а) $\int_{\pi/2}^{\pi/3} \frac{\sin x}{1 - \cos x} dx$; б) $\int_0^1 e^{x^2} x dx$.
3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1$ и $y + x = 3$.

Индивидуальные домашние задание к теме 4:

Параметр m задается преподавателем из значений 2, 3, 5

Параметр n - номер в списке группы.

1. Найти частные производные первого и второго порядков функций

1.1. $Z = (x - m)^2 y^n + x^m (y + n)^3 + mn$

1.2. $Z = y^2 \cdot e^{mx}$

2. Найти dZ для функции $Z = \sin^2(mx^2 - ny^2)$

3. Показать, что функция $Z = y \ln(mx^2 - ny^2)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{n}{x} Z'_x + \frac{m}{y} Z'_y = \frac{mZ}{y^2}$$

4. Найти точки экстремума $Z = mx^2 + xy + ny^2 - 2mx + y$

5. Для функции $Z = \ln(mx^2 + ny^2)$ в точке $A(-n, m)$ найти градиент и производную

по направлению $\vec{e} = m\vec{i} - n\vec{j}$

Индивидуальные домашние задание к теме 5:

1. Выполните действия над матрицами:

$$a) \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \quad б) \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ m \end{pmatrix} \cdot (m \ n \ 3).$$

2. Найдите $f(A) = A^2 + 2A - 4E$, если $A = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найдите определитель матрицы A , если $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Решите систему уравнений методом Гаусса
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

Индивидуальные домашние задание к теме 6:

1. При каких значениях α и β вектор $\vec{a}(3; -1; \alpha)$ перпендикулярен вектору $\vec{b}(2; \beta; 1)$, если $|\vec{b}| = 3$?

2. Найдите длину вектора $(\vec{a} + 2\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$.

3. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, 4)$ и параллельной прямой $2x + 3y = 6$.

4. Дана прямая $5x + 3y - 3 = 0$. Определить угловой коэффициент k прямой, перпендикулярной данной прямой.

5. Определите вид кривой второго порядка и постройте её. $x^2 - 2x + y^2 + 6y - 26 = 0$

Индивидуальные задания для практических занятий составляются аналогично индивидуальным домашним заданиям. На практических занятиях проводится и корректировка решений индивидуальных домашних заданий

План проведения практических занятий:

Практическое занятие № 1,2. Вычисление пределов функций и последовательностей

1. Работа с лекционным материалом
2. Нахождение пределов дробно – рациональных функций.
3. Нахождение пределов тригонометрических функций.
4. Замечательные пределы и их применения.
5. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 3. Непрерывность функции

1. Работа с лекционным материалом
2. Нахождение односторонних пределов
3. Определение точек разрыва дробно – рациональных функций.
4. Определение точек разрыва интервально заданных функций.
5. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 4. Вычисление производной. Производные и дифференциалы высших порядков

1. Работа с лекционным материалом
2. Табличные производные и применение основных теорем.
3. Производная сложной функции.
4. Вычисление производных высших порядков.
5. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 5. Касательная к графику функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

1. Работа с лекционным материалом
2. Нахождение уравнений касательной к графику функции.
3. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке
4. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 6. Полное исследование функции

1. Работа с лекционным материалом
2. Проведение полного исследования функции (многочлены и дробно – рациональные функции).
3. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 7,8. Вычисление неопределенных и определенных интегралов

1. Работа с лекционным материалом
2. Табличные интегралы и основные правила.
3. Интегрирование заменой и по частям.
4. Использование формулы Ньютона – Лейбниц
5. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 9. Вычисление площадей. Несобственные интегралы.

1. Работа с лекционным материалом
2. Использование определенного интеграла для вычисления площадей.
3. Нахождение несобственных интегралов по бесконечному интервалу интегрирования.
4. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 10,11. Вычисление частных производных. Экстремум функции двух переменных

1. Проведение аналога между производными функций одной переменного и частными производными
2. Вычисление частных производных различных произвольных порядков.
3. Градиент функции. Производная по направлению.
4. Нахождение экстремума функции двух переменных.
5. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 12. Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Умножение матриц.

1. Виды матриц .
2. Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Умножение матриц.
3. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 13. Определители матриц. Нахождение обратной матрицы.

1. Вычисление определителей 1-го, 2-го, 3-го и 4-го порядков.
2. Нахождение обратной матрицы с использованием алгебраических дополнений. Использование обратной матрицы при решении матричных уравнений.
3. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 14,15. Решение систем линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса.

1. Матричная запись системы линейных уравнений (с.л.у.)
2. Решение с.л.у. методом Крамера.
3. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
4. Решение с.л.у. методом Гаусса.
5. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 16. Линейные операции над векторами. Длина вектора. Деление отрезка в заданном отношении.

1. Вектора в декартовой системе координат.

2. Преобразование координат при линейных операциях над векторами.
3. Определение координат точки деления отрезка, в заданном отношении.
4. По координатам вершин треугольника нахождение длин медиан и периметра его. Определение точки пересечения медиан треугольника.
5. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 17,18 Прямая и плоскость.

1. Задание прямой на плоскости. Перпендикулярные и параллельные прямые. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
2. Прямая и плоскость в трехмерном пространстве. Взаимное расположение прямых, плоскостей и прямой и плоскости.
3. Выполнение индивидуальных заданий.

Практическое занятие № 19. Кривые второго порядка.

1. Построение эллипса, гиперболы, параболы.
2. Выполнение индивидуальных заданий.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации

Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине: экзамен (по результатам накопительного рейтинга или в форме компьютерного тестирования или письменном виде).

Письменная форма по экзаменационным билетам предполагается, как правило, для студентов очной формы обучения.

Перечень вопросов для подготовки к экзамену

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

Тема 1: Теория пределов

1. Множества и действия над ними.
2. Числовые множества, ε - окрестности точки.
3. Определение функции. Область определения и область значений функции.
4. Числовые функции и способы их задания.
5. Основные характеристики функций.
6. Обратная и сложная функция.
7. Последовательность и ее предел.
8. Логические символы $\exists, \forall, !, \Rightarrow, \Leftrightarrow$.
9. Число e (замечательный предел).
10. Целая и дробная части действительного числа.
11. Предел функции в точке.
12. Односторонние пределы.
13. Предел функции при неограниченном возрастании переменной.

14. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Связь б.б.ф. и б.м.ф.
15. Основные теоремы о пределах функций.
16. Виды неопределенностей.
17. Теорема о промежуточной функции.
18. Теорема о монотонной функции.
19. Замечательные пределы.
20. Предел рациональной дроби.
21. Пределы некоторых иррациональных функций.
22. Тригонометрические пределы.
23. Пределы вида $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^{g(x)}$.
24. Непрерывность функции в точке.
25. Классификация точек разрыва.
26. Определение непрерывной функции на отрезке и интервале.
27. Свойства непрерывных функций:
 - 1) Теорема Вейерштрасса;
 - 2) Непрерывность на отрезке и ограниченность функции;
 - 3) Теорема Больцано-Коши;
 - 4) Метод половинного деления.

Тема 2: Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.

28. Производная функции в точке.
29. Задачи, приводящие к понятию производной.
30. Механический и геометрический смысл производной.
31. Уравнение касательной к кривой.
32. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
33. Основные правила вычисления производной.
34. Таблица производных.
35. Производная сложной функции.
36. Логарифмическая производная.
37. Производные высших порядков.
38. Дифференциал функции.
39. Основные теоремы дифференциального исчисления:
 - 1) Теорема Ферма;
 - 2) Теорема Роля;
 - 3) Теорема Лагранжа;

4)Правило Лопиталья.

40.Возрастание и убывание функции.

41.Экстремум функции.

42.Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

43.Выпуклость функции. Точки перегиба.

44.Асимптоты графика функции.

45.Общий план исследования функции.

Тема 3: Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.

46.Первообразная функции.

47.Таблица основных интегралов.

48.Интегралы от функций линейного аргумента.

49.Основные свойства неопределенного интеграла.

50.Метод замены переменной (метод подстановки).

51.Интегрирование по частям.

52.Интегралы от функций, содержащих квадратный трехчлен.

53.Простые дроби. Выделение целой части в рациональной дроби. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простых дробей.

54.Интегралы от простых дробей.

55.Интегрирование рациональных дробей.

56.Понятие интегральной суммы. Приближенное вычисление определенного интеграла.

57.Определение определенного интеграла.

58.Свойства определенного интеграла.

59.Формула Ньютона-Лейбница.

60.Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

61.Использование определенного интеграла при вычислении площадей.

62.Интегралы с бесконечными промежутками интегрирования.

. Тема 4: Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных.

63.Понятие ф.н.п.

64.Область определения функции двух переменных.

65.Линии уровня.

66.Предел ф.н.п.

67.Частные производные первого порядка и высших порядков.

68.Градиент ф.н.п.

69.Производная по направлению.

70.Экстремум функции двух переменных.

Тема 5: Элементы линейная алгебра

71. Матрицы, способы их задания. Размерность матрицы.
72. Виды матриц.
73. Операции над матрицами: умножение на число; сложение матриц; умножение матриц; транспонирование матрицы.
74. Определители матриц второго и третьего порядка.
75. Разложение определителя матрицы по элементам строки и столбца.
76. Свойства определителей n -го порядка.
77. Обратная матрица.
78. Решение матричных уравнений.
79. Системы линейных уравнений (с.л.у.)
 - Матричная запись с.л.у.
 - Общее решение с.л.у.
 - Совместность и несовместность с.л.у.
80. Матричный метод решения с.л.у. (метод обратной матрицы).
81. Метод Крамера.
82. Ступенчатые матрицы.
83. Эквивалентные преобразования расширенной матрицы системы.
84. Метод Гаусса.
85. Однородные системы линейных уравнений.

Тема 6: Вектора. Элементы аналитической геометрии

86. Вектора и линейные операции над ними.
87. Линейная зависимость и независимость векторов.
88. Деление отрезка в заданном отношении. Определение координат середины отрезка. Нахождение точки пересечения медиан треугольника.
89. Скалярное произведение векторов в декартовой системе координат, его свойства и приложения.
90. Векторное произведение в декартовой системе координат, его свойства и приложения.
91. Смешанное произведение в декартовой системе координат, его свойства и приложения.
92. Прямая на плоскости:
 - Уравнение прямой с угловым коэффициентом;
 - Общее уравнение прямой;
 - Уравнение прямой, проходящей через точку параллельно данному вектору;
 - Уравнение прямой, проходящей через две точки;
93. Прямая на плоскости. Основные задачи:

- Угол между прямыми;
- Параллельные и перпендикулярные прямые;
- Расстояние от точки до прямой.

94.Плоскость:

- Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору;
- Общее уравнение плоскости;
- Уравнение плоскости, проходящей через данные три точки.

95.Прямая в пространстве:

- Параметрическое уравнение прямой. Прямая как вектор функция;
- Каноническое уравнение прямой;
- Прямая, проходящая через две точки;
- Прямая, как пересечение двух плоскостей.

96.Угол между плоскостями. Параллельные плоскости.

97.Угол между прямыми. Параллельные прямые.

98.Пересечение прямых.

99.Пересечение прямой и плоскости.

100.Перпендикуляр к плоскости.

101.Угол между прямой и плоскостью.

102.Расстояние от точки до плоскости.

103.Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.

Примерный тест для итогового тестирования:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

1. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$

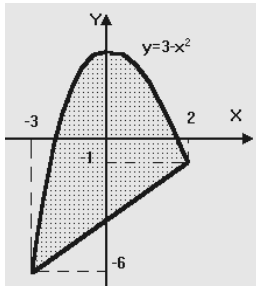
1. $e^{\frac{1}{2}}$; 2. 1; 3. ∞

2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

1. не определен предел ; 2. 3; 3. ∞

3. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 5x + 4}$

1. -1 ; ∞ ; 3. не определен
4. Найти $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 21}{x^2 - 9}$
 1. $\frac{7}{3}$; 2. 2; 3. $\frac{13}{6}$
5. Определить точки разрыва функции: $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{при } x < 1, \\ x, & \text{при } 1 \leq x \leq 2, \\ x-1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$
 1. точек разрыва нет; 2. 1; 2; 3. 2
6. Найдите производную функции $f(x)$, если $f(x) = \operatorname{tg}(2x+1) - 3x^2$
 1. $-\frac{2}{\cos^2(2x+1)} - 6x^2$; 2. $\frac{2}{\cos(2x+1)} - 3x$; 3. $\frac{2}{\cos^2(2x+1)} - 6x$
7. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 2$.
 1. $y = 0,25x - 0,25$; 2. $y = 4x - 7,75$; 3. $y = -0,25x + 0,75$
8. Найти производную второго порядка y'' , $y = \log_2(3x-1)$
 1. $-\frac{9}{(3x-1)^2 \ln 2}$; 2. $-\frac{3}{x^2}$; 3. $-\frac{1}{(3x-1) \ln 2}$
9. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $y = 2x^3 + 2x^2 + 12x$ на $[0; -3]$
 1. -9 ; 8; 2. -5 ; 8; 3. -9 ; 0
10. Найти $\int \frac{3x-11}{x^2+2x+3} dx$
 1. $\ln|x^2+2x+3| + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}} + C$; 2. $\ln|x^2+2x+3| + \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}} + C$;
 3. $\ln|x^2+2x+3| + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}} + C$
11. При интегрировании по частям интеграла $\int P(x) \sin \beta x dx$, где $P(x)$ - многочлен, следует брать:
 1. $u = P(x)$; $dv = \cos \beta x dx$; 2. $u = P(x)$; $dv = \sin \beta x dx$; 3. $u = \sin \beta x$; $dv = P(x) dx$
12. Вычислить: $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{5x-1}}$
 1) $\frac{2}{5}(\sqrt{2}-1)$; 2) $\frac{1}{10}^{0,1}$; 3) $\frac{2}{5}$
13. Площадь заштрихованной части фигуры, изображенной на чертеже, задана интегралом...



1. $2 \int_{-3}^0 (3 - x^2) dx$
2. $2 \int_0^2 (3 - x^2 - x) dx$
3. $\int_{-3}^2 [(x - 3) - (3 - x^2)] dx$

14. Задана функция двух переменных $z = x \cdot e^{xy}$. Ее частной производной по x будет функция:

1. $z'_x = e^{xy} (1 + xy)$; 2. $z'_x = xe^{xy} (1 + xy)$; 3. $z'_x = e^{xy}$

15. Задана функция двух переменных $z = xy + \frac{y}{x}$. Ее частной производной по y будет функция:

1. $z'_y = xy + \frac{1}{y}$; 2. $z'_y = x + \frac{1}{x}$; 3. $z'_y = y - \frac{y}{x}$

16. Производная функции $z = x^2 + xy + y^2 + 2x + 2y$ в точке $M(1; 1)$ по направлению вектора $\bar{a} = (3; 4)$ равна.

1. $5 \cdot \frac{3}{5} + 5 \cdot \frac{4}{5}$; 2. $5 \cdot 3 - 5 \cdot 4$; 3. $5 \cdot 3 + 5 \cdot 4$

17. Найти произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

1. $\begin{pmatrix} 14 & 8 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; 2. $\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$; 3. $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 3 & 13 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

18. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

1. -3; 2. 0; 3. 5

19. Определить решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x - y + 2z = -3 \\ x + 2y - z = 4 \\ 3x + y + 3z = 3 \end{cases}$

1. (3; 5; -2) ; 2. (-1; 3; 1); 3. не имеет решения

20. Найти скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$, если $\bar{a} = (3; -3; 0)$, $\bar{b} = (1; 1; -2)$

1. $\bar{a} \cdot \bar{b} = -1$; 2. $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$; 3. $\bar{a} \cdot \bar{b} = -4$.

21. Найти площадь параллелограмма $ABCD$, если даны координаты его вершин:

$$A(0;1;0), B(-3;4;1), C(3;0;7).$$

$$1. 100; \quad 2. 2\sqrt{274}; \quad 3. 120$$

22. Найти объем пирамиды $ABCD$, если даны координаты ее вершин:

$$A(0;-1;1), B(3;-1;4), C(0;5;6), D(4;3;1).$$

$$1. 102; \quad 2. 122; \quad 3. 22$$

23. Острый угол между прямыми $2x-y+5=0$ и $x-y+3=0$ равен:

$$1. \arctg \frac{3}{\sqrt{10}}; \quad 2. 60^\circ; \quad 3. 30^\circ$$

24. Уравнение плоскости, проходящей через точки $A_1(2;-3;5)$, $A_2(4;2;-3)$, $A_3(2;-5;1)$ имеет вид:

$$1. x-2y-z-3=0; \quad 2. 9x+2y+z-7=0; \quad 3. x+2y+z-3=0.$$

25. Расстояние между точкой $M(-2;3;4)$ и плоскостью $x-4y+5z-6=0$ равно:

$$1. \frac{6}{\sqrt{29}}; \quad 2. 0; \quad 3. \frac{40}{\sqrt{29}}.$$

Примерный экзаменационный билет.

$$1. \text{Найти } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg} x}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2},$$

2. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $y = x^3 - 12x^2 + 45x$ на $[0; 4]$

$$3. \text{Найти } \int \frac{3x+4}{x^2+7x+14} dx, \int \sin^5 x dx.$$

$$4. \quad \text{Определить решение системы линейных уравнений} \begin{cases} 10x + y + 4z = 1 \\ x - 2y - 7z = -3 \\ 2x + y + 5z = 0 \end{cases}$$

5. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M(5;-3;1)$ параллельно плоскости $2x+4y-5z+1=0$.

6. Найти экстремум функции $z = 3x + 4y - x^2 - xy + y^2$