

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Выборнова Любовь Алексеевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 12.10.2023 10:27:10
Уникальный программный ключ:
c3b3b9c625f6c113afa2a2c42baff9e05a38b76e

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Товолжский государственный университет сервиса» (ФГБОУ ВО «ПВГУС»)

УТВЕРЖДЕНО
на заседании совета Высшей школы
передовых производственных
технологий

Протокол от 26.09.2023 № 2

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
(фонд оценочных средств) для проведения промежуточной аттестации
по дисциплине

«Теория вероятностей и математическая статистика»

наименование дисциплины

по образовательной программе высшего образования – программе

бакалавриата

бакалавриата, специалитета,
магистратуры

«Управление качеством в производственных системах»

наименование образовательной программы

27.03.02 «Управление качеством»

шифр, наименование направления подготовки / специальности

Составитель

Никитенко Т.В., доцент ВШППТ, К.ф.-м.н., доцент

ФИО, должность, структурное подразделение,
ученая степень, ученое звание

1. Паспорт фонда оценочных средств (далее – ФОС)

1.1. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Код и наименование индикаторов достижения компетенции
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Осуществляет поиск информации (в том числе с использованием цифровых технологий), необходимой для решения поставленных задач ИУК-1.2. Выполняет анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач, в том числе с использованием цифровых средств ИУК-1.3. Проводит оценку событий, процессов, результатов деятельности
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Демонстрирует знание основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в выбранной области. ИОПК-1.2. Анализирует результаты теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знает: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики

Умеет: применять методы теории вероятностей и математической статистики в экспериментальных исследованиях

Владеет: навыками применения методов теории вероятностей и математической статистики для анализа и построения математических моделей различных прикладных задач

1.2. Содержание дисциплины

№	Тема (раздел дисциплины) (в соответствии с РПД)	Код компетенции
1	Тема 1. Случайные события	УК-1. ОПК-1
2	Тема 2. Случайные величины	УК-1. ОПК-1
3	Тема 3. Математическая статистика	УК-1. ОПК-1

1.3. Система оценивания по дисциплине

Дисциплина изучается в течение одного семестра.

Форма промежуточной аттестации зачет.

Шкалы оценки уровня сформированности результатов обучения		Шкала оценки уровня освоения дисциплины		
Уровневая шкала оценки компетенций	100 балльная шкала, %	100 балльная шкала, %	5-балльная шкала, дифференцированная оценка/балл	недифференцированная оценка
допороговый	ниже 61	ниже 61	«неудовлетворительно» / 2	не зачтено
пороговый	61-85,9	61-69,9	«удовлетворительно» / 3	зачтено
		70-85,9	«хорошо» / 4	зачтено
повышенный	86-100	86-100	«отлично» / 5	зачтено

2. Перечень оценочных материалов для проведения промежуточной аттестации

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в ходе текущего контроля успеваемости (в процессе проведения практических занятий, тестирования, опросов).

В ходе проведения промежуточной аттестации осуществляется контроль и оценка результатов освоения компетенций.

Перечень вопросов и заданий для подготовки к зачету

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

Тема1: Случайные события.

1. Сущность и условия применения теории вероятностей.
2. События и действия над ними.
3. Элементарные события.
4. Частотное определение вероятности.
5. Аксиоматическое определение вероятности.
6. Некоторые следствия из аксиом вероятности.
7. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность.
8. Элементы комбинаторики.
9. Условная вероятность.
10. Вероятность произведения событий.
11. Независимость событий.
12. Формула полной вероятности.
13. Формула Байеса.

Тема2: Случайные величины.

14. Понятие случайной величины (с.в.).
15. Закон распределения дискретной с.в.
16. Математическое ожидание дискретной с.в.
17. Дисперсия дискретной с.в.
18. Среднеквадратическое отклонение.
19. Мода и медиана дискретной с.в.
20. Функция распределения дискретной с.в.

21. Совместное распределение двух дискретных с.в.
22. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
23. Условный закон распределения вероятностей составляющих дискретной двумерной с.в. Условное математическое ожидание. Условная дисперсия. Корреляционная зависимость.
24. Моменты дискретной с.в.
25. Закон распределения с.в., функционально выраженной через другие с.в.
26. Линейная функция регрессии.
27. Непрерывные с.в.
28. Функция распределения непрерывной с.в. и ее свойства.
29. Плотность распределения непрерывной с.в. и ее свойства.
30. Вероятность попадания непрерывной с.в. на числовой промежуток.
31. Характеристики непрерывных с.в.
 - 1) Математическое ожидание;
 - 2) Дисперсия, среднеквадратическое отклонение;
 - 3) Мода и медиана;
 - 4) Моменты.
32. Гипергеометрическое распределение.
33. Геометрическое распределение и его характеристики.
34. Биномиальное распределение и его характеристики.
35. Закон Пуассона и его характеристики.
36. Равномерное распределение и его характеристики.
37. Нормальное распределение и его характеристики. Стандартное нормальное распределение.
38. Показательное распределение.
39. Функция и интеграл Лапласа.
40. Распределение с.в. $X = \sigma Y + a$, если с.в. Y распределена по стандартному нормальному закону или равномерно на $[0,1]$.
41. Распределения χ^2 - квадрата, Стьюдента, Фишера (самостоятельное изучение).
42. Неравенство Чебышева (самостоятельное изучение).
43. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
44. Центральная предельная теорема. Интегральная и локальная теоремы Муавра – Лапласа (самостоятельное изучение).

Тема 3: Математическая статистика.

45. Задачи математической статистики.
46. Выборка, способы ее задания.
47. Первичная обработка данных.
48. Эмпирический закон распределения.
49. Точечные оценки и их качества.
50. Оценки моментов.
51. Эмпирическая функция распределения.
52. Гистограмма.
53. Метод моментов.
54. Метод максимального (наибольшего) правдоподобия.
55. Понятие интервальных оценок.
56. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
57. Выборочное линейное уравнение регрессии (самостоятельное изучение).
58. Нулевая и альтернативная гипотезы (самостоятельное изучение).
59. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости (самостоятельное изучение).
60. Критерий и критическая область (самостоятельное изучение).
61. Правило выбора гипотезы (самостоятельное изучение).
62. Гипотезы о математическом ожидании нормально распределенной генеральной с.в. (самостоятельное изучение)
63. Критерий согласия χ^2 (критерий Пирсона) (самостоятельное изучение,)

Примерный зачетный билет

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

1. Правильную монету подбрасывают до первого появления герба. Какова вероятность того, что монету подбрасывают пять раз?

2. Имеется 6 яблок и 10 груш. Наугад выбираем 8 фруктов. Какова вероятность того, что среди выбранных 4 яблока?

3. Имеется три урны в первой урне 6 белых и 4 черных шара, во второй 5 белых и 5 черных шара, а в третьей - все белые. Из наугад выбранной урны извлекли один шар. Какова вероятность того, что шар белый.

4. Закон распределения с. в. X

$$X \sim C(4, 2)$$

$$\alpha = 1, \beta = 6, Z = X - X^2$$

$$P(X=0) = 0,4, P(X=1) = 0,4, P(X=2) = 0,2$$

Найти:

- математическое ожидание с. в. X ;
- среднеквадратическое отклонение с. в. X ;
- моду и медиану с. в. X ;
- $P(\alpha < x < \beta)$;

5. Задано совместное распределение с. в. X и Z

$X \backslash Z$	1	2	3
1	0,4	0,1	0,2
2	0,2	0,3	0,1

$$Z = X - 4Y$$

Найти:

- закон распределения с. в. Z ;
- коэффициент корреляции с. в. X, Y .

6. Задана плотность распределения с. в. X $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-4)^2}{18}}$

Найти $MX, DX, P(2 \leq x < 6)$

7. С. в. X равномерно распределено на $[3, 8]$. Записать функцию распределения

с. в. X . Найти $MX, DX, P(x \geq 5)$

8. Дана выборка генеральной случайной величины:

x_i	-0,3	-0,2	-0,1	0,	0	0
n_i	4	1	1	1	1	4
	4	8	0	7	5	

Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

Примерный тест для итогового тестирования

1. Найти несмещенную оценку дисперсии с.в. X на основании выборки -1; 2; -1; 0; 2.

а) 2,3

б) 0,904

в) 0,4

2. Найти оценку моды на основании выборки

i 1

i 1 5 2 0

а) $\frac{1}{6}$

б) 4

в) 2

3. С.в. X показывает число бракованных изделий в партии изделий. В каждой партии по 10 изделий. Было проверено 20 партий и по данным проверки найдена выборочная средняя $\bar{x} = 3$. Оценить вероятность выпуска бракованного изделия.

а) 0,3

б) 0,15

в) 0,015

4. По выборке нормально распределенной случайной величины X найдена точечная оценка среднеквадратического отклонения $\sigma^* = 1,2$. Интервальной оценкой параметра σ может являться интервал

а) (1,2; 2)

б) (1,1; 1,4)

в) $(1; 1,2)$

5. Если основная гипотеза $H_0: \sigma^2 = 4$, то конкурирующей гипотезой H_1 может быть

а) $H_1: \sigma^2 > 4$

б) $H_1: \sigma^2 \leq 4$

в) $H_1: \sigma^2 \geq 4$

6. Дано $P(A) = 0,8$, $P(AB) = 0,3$. Найти вероятность события B , если A наступило.

а) $\frac{3}{8}$

б) $0,24$

в) $0,86$

7. В урне 5 белых и 4 черных шара. Наугад выбрали 3 шара. Какова вероятность того, что среди выбранных один белый.

а) $\frac{1}{3}$

б) $\frac{C_5^2 C_4^1}{C_9^3}$

в) $\frac{C_5^1 C_4^2}{C_9^3}$

8. В урне 5 белых и 6 черных шара. Был утерян один шар. Из оставшихся шаров взяли один, он оказался белым. Какова вероятность того, что был утерян белый шар?

а) $\frac{5}{11}$

б) $0,4$

в) $0,6$

9. Монету подбрасывают пять раз. Какова вероятность того, что герб выпадет более трех раз.

а) $0,6$

б) $(1 + C_4^5) 0,5^5$

в) $0,5^3 + 0,5^4$

10. Случайная величина Y задана законом распределения:

y	-	0	1
p	1	0	0
	0,2	0,1	0,7

Найти математическое ожидание случайной величины Y .

- а) 1
- б) 0,5
- в) 0,6

11. Заданы законы распределения независимых случайных величин X и Y .

X	0	2	4
p	0,1	0,4	0,5
Y	0	2	4
p	0,3	0,7	0

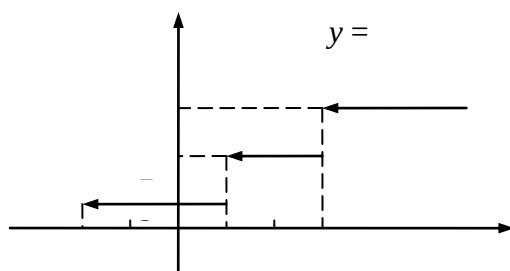
Найти $P(X + Y = 4)$.

- а) 0,19
- б) 0,7
- в) 0,1

12. Найти математическое ожидание случайной величины $Z = 3X - 5Y$, если известно, что $MX = 1$, $MY = 4$.

- а) -17
- б) -71
- в) 23

13. Дан график функции распределения дискретной случайной величины X .



$$) : 2$$

$$((1$$

$$,3 ,7$$

$$- 1 ($$

$$) : 2$$

$$((($$

$$,3 ,4 ,3$$

$$- 1 2 ($$

$$) : 2$$

$$((($$

$$,3 ,7 ,7$$

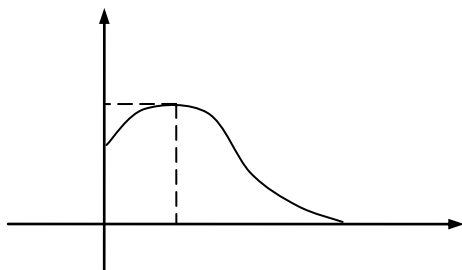
a) 0,01
b) 0,1
B) 0,9

a) 4
б) $\frac{4}{3}$
 в) 8

11

- а) 5
- б) 16
- в)

17. Задан график плотности распределения случайной величины X .



Найти моду случайной величины X .

- а) 3
- б) 2,5
- в) 5

18. Случайная величина X распределена нормально, причем $MX = 1$, $DX = 25$.

Выразить $P(X > 3)$ через функцию $\Phi_0(X) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

- а) $0,5 - \Phi_0(0,4)$
- б) $\Phi_0(3)$
- в) $0,5 + \Phi_0(0,4)$

19. Дано совместное распределение случайных величин X и Y .

Y	-1	0	1

X			
5	0,01	0,4	0,15
8	0,15	0,2	0,09

Найти MY .

а) 0,14

б) 0,08

в) 0,14